

HELSINGIN YLIOPISTO  
MATEMAATTIS-LUONNONTIETEELLINEN TIEDEKUNTA  
MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN OSASTO

---

Kandidaatintutkielma / Maisterintutkielma

## **Työn otsikko**

Opiskelijan nimi

---

Koulutusohjelman nimi

Ohjaaja: Ohjaajan nimi

12. kesäkuuta 2020

## **Sisältö**

<b>1</b>	<b>Johdanto</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Esimerkkiluku</b>	<b>2</b>

# 1 Johdanto

Sivunumerointi alkaa ensimmäisestä luvusta.

## 2 Esimerkkiluku

Tässä luvussa kertaamme ominaisarvon ja ominaisvektorin. Ominaisarvoon ja ominaisvektoriin tutustutaan lineaarialgebran kurssilla. Seuraava määritelmä on K. Kirjailijan ja M. Matemaatikon kirjoittamasta kirjasta Lineaarialgebra [1].

**Määritelmä 2.1.** Olkoon  $A$   $n \times n$ -matriisi. Skalaari  $\lambda$  on matriisin  $A$  ominaisarvo, jos on olemassa vektori  $x \neq 0$  siten, että

$$Ax = \lambda x. \quad (2.2)$$

Vektoria  $x$  sanotaan ominaisarvoon liittyväksi ominaisvektoriksi.

*Esimerkki 2.3* ([2]). Oletetaan, että

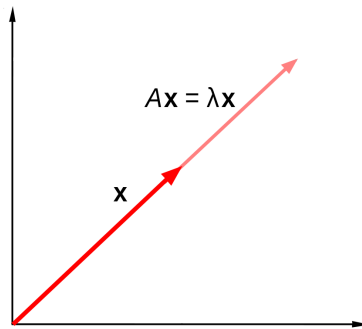
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Huomataan, että löydetään vektori  $v = (1, 1)$  ja skalaari  $\lambda = 4$  siten, että  $\lambda$  on matriisin ominaisarvo ja  $v$  on siihen liittyvä ominaisvektori. Nämä arvot toteuttavat yhtälön (??). Tässä esimerkissä pätee  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Taulukossa on listattu lineaarialgebrasta tuttuja sanoja suomeksi, ruotsiksi ja englanniksi.

suomi	ruotsi	englanti
ominaisarvo	egenvärde	eigenvalue
ominaisvektori	egenvektor	eigenvector
ominaisavaruus	egenrum	eigenspace

Kuvasta ?? huomataan, että ominaisarvo venyttää ominaisvektoria.



Kuva 1: Kuvassa esimerkki, kuinka ominaisarvo voi vaikuttaa ominaisvektoriin. [3]

**Lause 2.4** ([2]). Jos  $A$  on  $n \times n$ -matriisi, sillä on korkeintaan  $n$  ominaisarvoa.

*Todistus.* Oletetaan, että  $A$  on  $n \times n$ -matriisi. Nyt...

□

## Viitteet

- [1] K. Kirjailija ja M. Matemaatikko. *Lineaarialgebra*. Publisher Company, 2017, s. 85.
- [2] Andy Author. "Title". *Math Journal* 111.3 (1995), s. 443–551. ISSN: XXX. DOI: XXX. URL: <https://XXX>.
- [3] M. Mathematician. *The Book*. Publisher Company, 2020, s. 83.